

Table des matières

1. ALGORITHMES.....	15
A) LES PRINCIPAUX ALGORITHMES À SAVOIR CONSTRUIRE ET MANIPULER.....	15
1. Comment écrire un algorithme qui calcule un terme u_n d'une suite numérique définie par récurrence ?.....	15
2. Comment écrire un algorithme qui génère les N premiers termes d'une suite numérique définie par récurrence ?.....	16
3. Comment écrire un algorithme qui détermine le plus petit entier n tel que $u_n > c$?.....	16
4. Comment écrire un algorithme qui détermine un encadrement à p près de la solution d'une équation $f(x) = 0$ sur un intervalle [a;b] (méthode de dichotomie) ?.....	17
5. Comment écrire un algorithme qui détermine par la méthode des rectangles un encadrement de l'intégrale d'une fonction monotone positive f donnée ?.....	18
B) QUELQUES EXEMPLES DE QUESTIONS POSÉES SUR LES ALGORITHMES DANS UN SUJET DE BAC ?.....	19
2. LES SUITES NUMÉRIQUES.....	21
A) GÉNÉRALITÉ SUR LES SUITES : calcul de termes, représentation graphique, sens de variations.....	21
1. Comment calculer un terme u_k d'une suite u, $k \in \mathbb{N}$?.....	21
2. Comment déterminer le sens de variation d'une suite ?.....	23
3. Comment représenter les termes d'une suite de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ sur l'axe des abscisses ?.....	30
B) SUITES ARITHMÉTIQUES.....	31
4. Comment montrer qu'une suite u est arithmétique ?.....	31
5. Comment montrer qu'une suite u n'est pas arithmétique ?.....	32
6. Comment exprimer le terme u_n en fonction de n après avoir montré que la suite u est arithmétique ?.....	33
7. Comment compter le nombre de termes dans une somme de termes consécutifs d'une suite ?.....	34
8. Comment calculer la somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ?.....	35
C) SUITES GÉOMÉTRIQUES.....	35
9. Comment montrer qu'une suite u est géométrique ?.....	35
10. Comment montrer qu'une suite u n'est pas géométrique ?.....	37
11. Comment exprimer u_n en fonction de n après avoir montré que la suite est géométrique ?.....	38
13. Comment calculer une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique ?.....	40
14. Comment traiter les exercices sur les pourcentages successifs (capital, intérêt composé, évolution de population, probabilité ...) ?.....	42
D) DÉMONSTRATION PAR RÉCURRENCE.....	43
15. Comment démontrer par récurrence qu'une proposition donnée est vraie ?.....	43
E) LIMITES DE SUITES.....	47
16. Comment calculer la limite d'une suite ?.....	47
17. Comment montrer qu'une suite est majorée, minorée ou bornée ?.....	51
18. Comment montrer qu'une suite converge ou comment étudier la convergence d'une suite ?.....	55
19. Comment faire une conjecture ou comment conjecturer ?.....	58
20. Comment montrer qu'une suite est constante ?.....	59
21. Comment comprendre et bien utiliser la notation $\sum_{k=0}^n f(k)$?.....	60
3. GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS.....	63
A) ENSEMBLE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION.....	63
1. Comment déterminer l'ensemble de définition D_f d'une fonction ?.....	63

B) PARITÉ ET PÉRIODICITÉ D'UNE FONCTION.....	65
2. Comment montrer qu'une fonction f est paire ?.....	65
3. Comment montrer qu'une fonction f est impaire ?.....	65
4. Comment étudier la parité d'une fonction f ?.....	66
5. Comment montrer qu'une fonction f est périodique de période p ?.....	66
6. Comment interpréter graphiquement la parité d'une fonction f ?.....	67
7. Comment interpréter graphiquement la périodicité d'une fonction f ?.....	67
8. Comment montrer qu'un point $A(a;b)$ est centre de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f ?.....	68
9. Comment montrer qu'une droite d'équation $x = a$ est axe de symétrie de la courbe représentative d'une fonction f ?.....	70
C) INTERSECTION DE C_f ET LES AXES D'UN REPÈRE.....	71
10. Comment déterminer les coordonnées du ou des points d'intersection de C_f et l'axe des abscisses ?.....	71
11. Comment déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et l'axe des ordonnées ?.....	72
4. LIMITES ET ASYMPTOTES.....	73
A) CALCUL DE LIMITES.....	73
1. Comment retenir les limites des fonctions de référence ?.....	73
2. Comment lire graphiquement $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$?.....	74
3. Comment calculer une limite, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, avec a un réel ou $\pm \infty$?.....	74
B) DROITES ASYMPTOTES.....	88
4. Comment interpréter graphiquement une limite ?.....	88
5. Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote verticale ?.....	89
6. Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote horizontale ?.....	90
7. Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote oblique ?.....	92
8. Comment étudier la position relative de C_f et d'une droite (D) qui lui est asymptote ?.....	93
5. CONTINUITÉ ET THÉORÈME DES VALEURS INTERMÉDIAIRES.....	95
A) CONTINUITÉ DE FONCTION.....	95
1. Comment montrer qu'une fonction f est continue ou non en $a \in \mathbb{R}$?.....	95
2. Comment montrer qu'une fonction est continue sur un intervalle I ?.....	97
B) APPLICATION DE LA CONTINUITÉ : le théorème des valeurs intermédiaires.....	98
3. Comment montrer que l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution sur un intervalle $[a;b]$?.....	98
4. Comment montrer que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution α sur un intervalle $[a;b]$?.....	99
5. Comment déterminer une valeur approchée ou un encadrement de la solution α ?.....	101
6. Comment déduire le signe d'une fonction g sur un intervalle I après avoir montré que l'équation $g(x) = 0$ y admet une unique solution α ?.....	101
7. Comment montrer que $g(x) \geq 0$ ou $g(x) \leq 0$ sur $I = [\alpha ; +\infty[$, où α est l'unique solution de l'équation $g(x) = 0$ sur un intervalle J contenant I ?.....	103
6. DÉRIVATION.....	105
A) DÉRIVABILITÉ.....	105
1. Comment montrer qu'une fonction f est dérivable en $a \in \mathbb{R}$?.....	105
2. Comment étudier la dérivabilité d'une fonction f en $a \in \mathbb{R}$?.....	106
3. Comment étudier la dérivabilité d'une fonction f sur un intervalle I donné ?.....	107
4. Comment interpréter graphiquement le résultat suivant :	
$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \pm \infty$ ou quelle conséquence graphique ce résultat	

a-t-il pour C_f ?.....	108
5. Comment interpréter graphiquement les résultats suivants :	
$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \alpha \in \mathbb{R}$ et $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h < 0}} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \beta \in \mathbb{R}$, avec $\alpha \neq \beta$	
ou quelle conséquence graphique ces résultats ont-ils pour C_f ?.....	108
B) CALCUL DE DÉRIVÉES.....	109
6. Comment calculer $f'(a)$, où $a \in \mathbb{R}$?.....	109
7. Comment lire graphiquement $f'(a)$?.....	109
8. Comment interpréter graphiquement $f'(a)$?.....	110
9. Comment déterminer, parmi des courbes données, celle de f' à partir de la courbe de f ?.....	110
10. Comment justifier que f est dérivable sur un intervalle I avant de calculer $f'(x)$?.....	112
11. Comment calculer $f'(x)$?.....	112
12. Comment calculer f'' , la dérivée seconde de f ?.....	117
13. Comment calculer la dérivée d'une fonction définie à l'aide de la valeur absolue ?.....	117
C) ÉTUDE DE FONCTIONS.....	118
14. Comment étudier le signe d'une dérivée ?.....	118
15. Comment déterminer (ou étudier) le sens de variation d'une fonction f définie sur un intervalle I ?.....	127
16. Comment montrer qu'une fonction f est encadrée par deux autres sur un intervalle donné (soit $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ sur I) ?.....	130
17. Comment montrer qu'une fonction f est constante sur un intervalle I ?.....	131
D) DROITES TANGENTES À UNE COURBE.....	132
18. Comment déterminer une équation de la droite tangente à C_f au point d'abscisse a ?.....	132
19. Comment étudier la position relative d'une courbe C_f par rapport à une tangente T d'équation $y = mx + p$?.....	132
20. Comment montrer qu'il existe une ou des tangentes à C_f passant par un point du plan ?.....	133
21. Comment montrer qu'il existe une ou des droites tangentes à C_f parallèles à une droite (D) donnée d'équation $y = mx + p$?.....	135
7. FONCTIONS SINUS ET COSINUS.....	137
A) QUELQUES RÉSULTATS DE TRIGONOMÉTRIE UTILES EN EXERCICE.....	137
B) COMPÉTENCES À MAÎTRISER EN TRIGONOMÉTRIE.....	138
1. Comment montrer qu'une fonction trigonométrique f est paire ou impaire ?..	138
2. Comment montrer qu'une fonction trigonométrique f est périodique de période p ?.....	139
3. Comment montrer que l'on peut ramener l'étude d'une fonction trigonométrique à l'intervalle $[0; \pi]$?.....	139
4. Comment étudier le signe de la dérivée d'une fonction trigonométrique pour déterminer son sens de variation ?.....	140
8. FONCTIONS EXPONENTIELLES.....	143
A) CALCUL SUR LES EXPONENTIELLES.....	143
1. Comment faire des calculs avec les exponentielles ?.....	143
2. Comment montrer une égalité de quotients contenant des exponentielles ?..	144
B) ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS AVEC EXPONENTIELLE.....	145
3. Comment résoudre une équation exponentielle ?.....	145
4. Comment résoudre une inéquation exponentielle ?.....	146
C) CALCULS DE LIMITES.....	147
5. Comment calculer les limites de fonction contenant des exponentielles ?.....	147
D) ÉTUDE DE FONCTIONS EXPONENTIELLES.....	151
6. Comment calculer des dérivées de fonctions contenant des exponentielles ?.	151
7. Comment étudier le signe de fonctions dérivées contenant des exponentielles ?.....	152

9. FONCTIONS LOGARITHMES.....155

A) CALCULS SUR LES LOGARITHMES.....	155
1. Comment faire des calculs avec les logarithmes ?.....	155
2. Comment déterminer le plus petit entier n tel que $A^n \leq B$ ou $A^n \geq B$?.....	156
B) ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS AVEC DES LOGARITHMES.....	157
3. Comment résoudre une équation avec logarithme ?.....	157
4. Comment résoudre des inéquations logarithmiques ?.....	160
C) CALCULS DE LIMITES.....	161
5. Comment calculer des limites de fonctions contenant ln ?.....	161
D) ÉTUDE DE FONCTION.....	166
6. Comment calculer les dérivées de fonctions contenant ln ?.....	166
7. Comment étudier le signe de ?.....	167

10. LES PRIMITIVES.....169

1. Comment montrer qu'une fonction f est une primitive d'une autre fonction g sur un intervalle I ?.....	169
2. Comment montrer qu'une fonction admet une primitive sur I ?.....	170
3. Comment déterminer une primitive d'une fonction f ?.....	170
4. Comment déterminer LES primitives d'une fonction f ?.....	178
5. Comment déterminer LA primitive F d'une fonction f, vérifiant la condition $F(x_0) = y_0$?.....	179
6. Comment, à partir de C_f , déterminer parmi des courbes données, celle de la primitive F de f ?.....	181
7. Comment calculer la dérivée de la fonction $F: x \mapsto \int_a^x f(x) dx$, définie sur un intervalle I tel que $a \in I$?.....	182

11. INTÉGRATION.....183

A) QUELQUES PROPRIÉTÉS UTILES EN EXERCICE.....	183
B) CALCUL D'INTÉGRALES.....	183
1. Comment calculer l'intégrale $\int_a^b f(x) dx$?.....	183
2. Comment déterminer le signe d'une intégrale ?.....	185
3. Comment déterminer un encadrement d'une intégrale ?.....	187
4. Comment traiter les exercices où interviennent intégrales et suites ?.....	190
5. Comment calculer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle $[a;b]$?.....	192
6. Comment calculer $\int_a^b f(x) dx$ à l'aide d'une "intégration par partie" ?.....	193
C) INTÉGRALES ET CALCULS D'AIRES.....	195
7. Comment calculer l'aire a du domaine du plan délimité par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = \beta$?.....	195
8. Comment interpréter graphiquement l'intégrale $\int_a^b f(x) dx$?.....	197
9. Comment interpréter graphiquement l'intégrale $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$?.....	197
10. Comment donner la valeur d'une aire en m^2 , cm^2 ... ?.....	198
11. Comment calculer l'aire a de la surface entre deux courbes C_f et C_g délimitée par les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = \beta$?.....	199

12. LES NOMBRES COMPLEXES.....201

A) CALCULER AVEC LES NOMBRES COMPLEXES.....	201
1. Comment faire des calculs avec les nombres complexes ?.....	201
2. Comment déterminer la forme algébrique d'un complexe écrit comme quotient de deux autres ?.....	202
B) NOMBRES COMPLEXES ET ÉQUATIONS.....	204
3. Comment résoudre une équation complexe contenant un ou	

deux quotients ?.....	204
4. Comment résoudre une équation complexe contenant z et (\bar{z}) ?.....	205
5. Comment résoudre une équation complexe du second degré à coefficients réels ?.....	206
6. Comment déterminer des réels a , b et c tels que $p(z) = (z - z')(az^2 + bz + c)$, P étant un polynôme donné ?.....	207
C) MODULES ET ARGUMENTS.....	209
7. Comment déterminer graphiquement le module d'un complexe z_M ?.....	209
8. Comment lire graphiquement un argument d'un complexe z_M ?.....	210
9. Comment déterminer le module d'un complexe donné sous sa forme algébrique $z = a + ib$?.....	210
10. Comment déterminer un argument d'un complexe donné sous sa forme algébrique $z = a + ib$?.....	211
11. Comment déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $... =k$ ou plus généralement $... =l$?.....	214
12. Comment déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $\arg(z - z_A) = \theta$?	215
D) FORMES ALGÈBRE, TRIGONOMETRIQUE ET EXPONENTIELLE D'UN COMPLEXE.....	216
13. Comment passer de la forme algébrique $z = a + ib$ d'un complexe à sa forme trigonométrique ou exponentielle ?.....	216
14. Comment passer de la forme trigonométrique $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ou exponentielle $z = r e^{i\theta}$ à la forme algébrique $z = a + ib$?.....	217
15. Comment déterminer le module d'un complexe donné sous la forme $R e^{i\theta}$, avec $R \in \mathbb{C}$	217
16. Comment déterminer un argument d'un complexe donné sous la forme $R e^{i\theta}$, avec $R \in \mathbb{C}$?.....	218
E) APPLICATION DES COMPLEXES À LA GÉOMÉTRIE.....	219
17. Comment placer dans un repère orthonormé un point dont on connaît l'affixe ?.....	219
18. Comment calculer l'affixe $z_{\overline{MN}}$ d'un vecteur \overline{MN}	219
19. Comment calculer l'affixe z_I du milieu I d'un segment $[AB]$?.....	220
20. Comment montrer qu'un point $M(z)$ appartient à un cercle C de centre $A(z_A)$ et de rayon r ?.....	220
21. Comment déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels qu'un complexe Z donné en fonction de z soit un réel ?.....	221
22. Comment déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels qu'un complexe Z donné en fonction de z soit un imaginaire pur ?.....	222
23. Comment déterminer la mesure d'un angle orienté $(\vec{u}; \overline{AB})$? ou $(\overline{AM}; \overline{BN})$?.....	224
24. Comment calculer la distance AB ?.....	226
25. Comment interpréter géométriquement $\left \frac{z_A - z_B}{z_C - z_D} \right $?.....	227
26. Comment interpréter géométriquement $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_D}\right)$?.....	227
27. Comment déterminer le ou les points invariants d'une application f donnée ?.....	227
28. Comment calculer l'affixe de l'image d'un point A d'affixe z_A par une application f ?.....	228
29. Comment montrer que l'image, par une application donnée, d'un point pris sur un cercle appartient à un autre cercle ? (Plus généralement, comment déterminer l'image d'un cercle par une application donnée ?).....	229
30. Comment montrer que 3 points A , B et C sont alignés ?.....	230
31. Comment montrer qu'un triangle est isocèle en F ?.....	230
32. Comment montrer qu'un triangle est équilatéral ?.....	231
33. Comment montrer qu'un triangle IJK est rectangle en J ?.....	231
34. Comment montrer que deux vecteurs $\vec{u}(z)$ et $\vec{v}(z')$ sont colinéaires ?.....	232
35. Comment montrer que deux vecteurs $\vec{u}(z)$ et $\vec{v}(z')$ sont orthogonaux ?.....	232
36. Comment montrer qu'un quadrilatère $DEFG$ est un parallélogramme ?.....	233
37. Comment montrer qu'un quadrilatère $DEFG$ est un losange ?.....	233

13. PRODUIT SCALAIRE DANS L'ESPACE.....235

A) LE PRODUIT SCALAIRE.....	235
1. Comment calculer le produit scalaire de deux vecteurs ?.....	235
2. Comment montrer que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux ?.....	239
B) APPLICATION DU PRODUIT SCALAIRE: équation cartésienne d'un plan - vecteur normal à un plan.....	240
3. Comment déterminer une équation cartésienne d'un plan \mathcal{P} ?.....	240
4. Comment montrer qu'un vecteur \vec{u} est normal à un plan \mathcal{P} ?.....	241
5. Comment déterminer un vecteur normal à un plan \mathcal{P} d'équation ?.....	242
6. Comment montrer qu'un point $A(x_A; y_A; z_A)$ appartient à un plan \mathcal{P} d'équation $ax + by + cz + d = 0$?.....	243
7. Comment obtenir un point d'un plan \mathcal{P} d'équation connue ?.....	243
8. Comment vérifier si trois points A, B et C définissent un plan ?.....	244
9. Comment déterminer un vecteur normal au plan (ABC) défini par les points A, B et C ?.....	245
10. Comment calculer la distance AB dans un repère orthonormal ?.....	246
11. Comment montrer que 4 points A, B, C, D sont coplanaires ?.....	247
12. Comment montrer qu'un point D appartient à un plan (ABC) ?.....	248
13. Comment montrer que deux plans dont on connaît des équations sont parallèles ?.....	248
14. Comment montrer que deux plans dont on connaît des équations sont perpendiculaires ?.....	248
15. Comment déterminer l'intersection de deux plans dont on connaît des équations ?.....	249
16. Comment déterminer l'intersection de 3 plans dont on connaît des équations ?.....	250
17. Comment lire les coordonnées d'un point dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$?.....	254
18. Comment calculer le volume d'un tétraèdre ?.....	255
19. Comment montrer qu'un point A appartient au plan médiateur d'un segment [B;C] ?.....	255
20. Comment faire la différence entre "orthogonal" et "perpendiculaire" ?.....	255

14. DROITES, PLANS ET VECTEURS DE L'ESPACE.....257

A) VECTEURS ET REPÉRAGE DANS L'ESPACE.....	257
1. Comment lire les coordonnées d'un point dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$?.....	257
2. Comment calculer les coordonnées d'un vecteur \overrightarrow{AB} dans un repère de l'espace ?.....	258
3. Comment calculer les coordonnées du milieu I d'un segment [AB] ?.....	258
4. Comment déterminer les coordonnées du centre de gravité d'un triangle ABC ?.....	258
5. Comment montrer que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires ?.....	259
6. Comment montrer que trois points M, N et P sont alignés ?.....	259
7. Comment montrer que trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires ?.....	259
8. Comment montrer que quatre points M, N, P et Q sont coplanaires ?.....	260
B) REPRÉSENTATION PARAMÉTRIQUE D'UNE DROITE DANS L'ESPACE.....	260
9. Comment déterminer une représentation paramétrique d'une droite dans l'espace ?.....	260
10. Comment montrer qu'un point A appartient à une droite d dont on connaît une représentation paramétrique ?.....	263
11. Comment déterminer un vecteur directeur d'une droite de représentation paramétrique connue ?.....	264
12. Comment trouver un point d'une droite dont on connaît une représentation paramétrique ?.....	265
C) POSITIONS RELATIVES DE DROITES ET DE PLANS.....	265
13. Comment déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan à partir de leurs équations?.....	265

14. Comment montrer qu'une droite d est parallèle à un plan \mathcal{P} ?.....	267
15. Comment montrer qu'une droite d est perpendiculaire à un plan ?.....	267
16. Comment déterminer l'intersection de deux droites ?.....	268
17. Comment montrer que deux droites sont parallèles dans l'espace ?.....	270
18. Comment montrer que deux droites sont orthogonales dans l'espace ?.....	271
19. Comment montrer que deux plans sont perpendiculaires ?.....	271
20. Comment montrer que deux plans sont parallèles ?.....	271

15. PROBABILITÉS CONDITIONNELLES.....273

A) BASES DES PROBABILITÉS.....	273
Rappel de propriétés utiles en exercice :.....	273
1. Comment calculer des probabilités quand tous les événements élémentaires ont la même probabilité (événements élémentaires équiprobables) ?.....	273
2. Comment déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire X (discrète)?.....	274
3. Comment calculer l'espérance E(X) d'une variable aléatoire X ?.....	275
4. Comment calculer la variance V(X) et l'écart type σ d'une variable aléatoire ?.....	275
B) PROBABILITÉS CONDITIONNELLES.....	276
5. Comment déterminer $p_B(A)$?.....	276
6. Comment déterminer $p(A \cap B)$?.....	278
7. Comment déterminer $p(A)$?.....	280
8. Comment savoir s'il faut utiliser un arbre ?.....	283
9. Comment savoir s'il faut utiliser un tableau ?.....	283
10. Comment traiter les sujets contenant probabilités et suites ?.....	284
C) INDÉPENDANCE.....	287
11. Comment montrer que deux événements A et B sont indépendants ?.....	287
12. Comment utiliser l'indépendance de deux événements ?.....	289

16. LOIS BINOMIALE, EXPONENTIELLE ET UNIFORME.. 291

A) LA LOI BINOMIALE (Rappel de 1ère).....	291
1. Comment montrer qu'une variable aléatoire suit une loi binomiale ?.....	291
2. Comment savoir qu'il faut utiliser une variable aléatoire qui suit une loi binomiale ?.....	292
3. Comment calculer lorsque suit une loi binomiale de paramètres n et p ?.....	292
4. Comment calculer la probabilité d'obtenir au moins un "succès" ?.....	293
5. Comment calculer ?.....	293
6. Comment calculer l'espérance d'une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p ?.....	294
7. Comment calculer la variance V(X) et l'écart-type σ d'une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres n et p ?.....	295
B) LES LOIS CONTINUES.....	295
8. Comment montrer qu'une fonction f, définie sur un intervalle, est une densité de probabilité ?.....	295
9. Comment calculer lorsque la variable X a pour densité de probabilité une fonction f définie sur I ?.....	296
10. Comment calculer l'espérance d'une variable aléatoire X qui a pour densité de probabilité une fonction f définie sur ?.....	296
C) LA LOI EXPONENTIELLE.....	297
11. Comment calculer la probabilité qu'une variable aléatoire X, suivant la loi exponentielle de paramètre λ , soit comprise entre α et $\beta \in \mathbb{R}$ (soit) ?.....	297
12. Comment calculer , , avec ?.....	297
13. Comment calculer la probabilité qu'un appareil qui n'est pas tombé en panne au bout de x années ne tombe pas en panne durant les h années suivantes, soit ? (On suppose que la durée de vie de l'appareil est modélisée par une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle)....	298
14. Comment calculer l'espérance d'une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle ?.....	299
D) LA LOI UNIFORME.....	300

15. Comment calculer lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur ?	300
16. Comment calculer $p(X < c)$, $p(X > c)$ et $p(X = c)$ lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur ?	300
17. Comment calculer $E(X)$ lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur $[a; b]$?	301

17. LOI NORMALE, ÉCHANTILLONNAGE, ESTIMATION 303

A) LA LOI NORMALE CENTRÉE RÉDUITE $\mathcal{N}(0; 1)$	303
1. Comment calculer lorsque la variable aléatoire Z suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$?	303
2. Comment calculer μ , σ , lorsque la variable aléatoire Z suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$?	304
3. Étant donné un réel x , comment déterminer le réel z tel que où Z est la variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{N}(0; 1)$?	306
B) LOI NORMALE \mathcal{N}	307
1. Comment calculer lorsque X suit la loi normale \mathcal{N} ?	307
2. Comment calculer μ , σ , lorsque la variable aléatoire Z suit la loi normale \mathcal{N} ?	308
3. Comment centrer et réduire une variable aléatoire X suivant la loi n ? (ou comment passer de n à n' ?)	309
4. Comment approcher une loi binomiale par une loi normale ?	310
5. Comment déterminer l'un des deux paramètres μ ou σ d'une loi normale pour qu'une probabilité soit égale à une valeur donnée ?	311
C) ÉCHANTILLONNAGE ET PRISE DE DÉCISIONS	312
6. Comment déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% de la fréquence d'un caractère dans un échantillon ?	313
7. Comment utiliser un intervalle de fluctuation asymptotique pour rejeter ou accepter l'hypothèse faite sur une proportion p ?	314
D) ESTIMATION DU PARAMÈTRE p D'UNE LOI BINOMIALE $b(n; p)$	314
8. Comment, à partir d'un échantillon, estimer une proportion inconnue p par un intervalle de confiance au niveau 0,95 ?	314
9. Comment déterminer la taille n d'un échantillon pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance à 95 % soit inférieure ou égale à c ?	314

Enseignement de Spécialité

18. ARITHMÉTIQUE.....317

A) DIVISION EUCLIDIENNE / DIVISIBILITÉ DANS \mathbb{Z}	317
1. Comment déterminer le reste de la division euclidienne de a par b , où e et ?	317
2. Comment montrer qu'un entier naturel r est le reste de la division euclidienne de a par b ?	319
3. Comment montrer que b divise a , avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^* ?$ (ou que b est un diviseur de a ou encore que a est un multiple de b)	320
4. Comment montrer que si d divise a et b alors d divise c ?	322
5. Comment déterminer tous les diviseurs positifs d'un entier naturel a ?	323
6. Comment montrer qu'un entier relatif n est pair ou Impair ?	324
B) NOMBRES PREMIERS / PGCD DE DEUX ENTIERS	325
7. Comment vérifier qu'un nombre entier n est premier ?	325
8. Comment décomposer un entier n en produit de facteurs premiers	326
9. Comment déterminer ?	327
10. Comment montrer que deux nombres a et b sont premiers entre eux ?	330
11. Comment montrer que ?	333
12. Comment montrer qu'une équation diophantienne admet ou non des solutions dans ?	334
13. Comment déterminer une solution particulière d'une équation diophantienne ?	335
14. Comment résoudre une équation diophantienne ?	338
C) CONGRUENCES	342
15. Comment trouver b tel que $ax \equiv b \pmod{n}$, a et n étant des entiers relatifs donnés ?	342

16. Comment montrer que ?.....	344
17. Comment calculer ? (ou comment trouver c tel que ?).....	345
18. Comment utiliser les congruences pour déterminer le reste de la division euclidienne de a par b ?.....	346
19. Comment déterminer, suivant les valeurs d'un entier n, le reste de la division euclidienne de par b ?.....	347
20. Comment montrer que b divise a en utilisant les congruences ?.....	349
21. Comment résoudre une équation donnée avec la congruence ?.....	351
22. Comment résoudre un système d'équations de la forme ?.....	356
D) ÉCRITURE EN BASE b / CHANGEMENT DE BASE.....	357
23. Comment écrire un entier naturel n en base b ?.....	357
24. Comment passer d'une base b à une autre b' ?.....	358

19. MATRICES ET SUITES.....359

A) PROPRIÉTÉS UTILES EN EXERCICES	359
B) MATRICE ET SUITE.....	359
1. Comment montrer que deux matrices sont égales ?.....	359
2. Comment faire des calculs sur les matrices à l'aide de la calculatrice ?.....	360
3. Comment additionner deux matrices de même ordre ?.....	361
4. Comment multiplier une matrice par un réel k ?.....	362
5. Comment multiplier deux matrices carrées de même ordre ?.....	363
6. Comment montrer qu'une matrice carrée B est l'inverse d'une matrice carrée A ?.....	364
7. Comment résoudre un système d'équations en utilisant les matrices ?.....	365
8. Comment déterminer la puissance n-ième d'une matrice ?.....	366
9. Comment étudier une suite de matrices définie par , où $n \in \mathbb{N}$?.....	368

20. OUTILS POUR CALCULER PLUS

EFFICACEMENT.....	371
-------------------	-----